CH 14 유체 역학 (Fluid Mechanics)

P/322

§ 압력 (Pressure)

$$P \equiv \frac{F}{A}$$: 단위면적당 힘의 크기 : 압력 (pressure)

$$[P] = \frac{[F]}{[A]} = N/m^2 = Pa$$ (파스칼)

- If 압력이 면의 위치에 따라 다르면 ⇒ $dF = P\,dA$

P/323 $\boxed{\text{예제 14.1}}$ 물침대 : (세로, 가로 = 2 m), (높이 = 30 cm = 0.3 m)

(A) 침대에 들어 있는 물의 무게?

- 물침대에 있는 물의 부피 : $V = (2\ m)(2\ m)(0.3\ m) = 1.2\ (m^3)$

- 〃 물의 질량 : $M = \rho V$ = (물의 밀도)(물의 부피)

$$= (1000\ kg/m^3)(1.2\ m^3)$$

$$= 1.2 \times 10^3\ (kg)$$

- 〃 물의 무게 : $W = Mg = (1.2 \times 10^3\ kg)(9.8\ m/s^2)$

$$= 1.18 \times 10^4\ (N)$$

(B) 침대가 마룻바닥에 작용하는 압력?

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\text{무게}}{\text{밑면}} = \frac{1.18 \times 10^4\ N}{4\ m^2} = 2.94 \times 10^3\ (Pa)$$

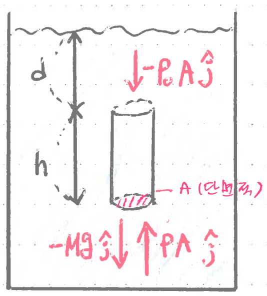
P/323

§ 깊이에 따른 압력의 변화 (Variation of Pressure with Depth)

액체의 압력이 깊이에 따라 어떻게 증가하는지 알아보자.

ex) 수압은 깊이에 따라 증가한다, 대기압은 고도가 높아질수록 감소한다.

1



큰 부피의 유체 속에 있는 원통 유체기둥을 생각하자.
이 유체기둥이 깊이에 따른 압력 변화?

원통 바깥에 있는 액체들은 원통 표면의 모든곳에서 수직 방향으로 힘을 가한다.

P : 원통 밑면에서 액체에 의해 가해지는 압력

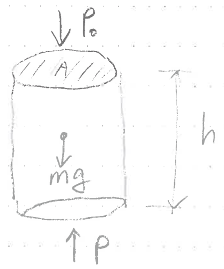
P_0 : 원통 윗면에서 액체에 의해 가해지는 압력

A : 원통의 단면적

$M = \rho V = \rho A h$: 원통속에 있는 액체의 질량

$Mg = \rho A h g$: 원통속에 있는 액체의 무게

ρ = 원통 내부의 유체의 밀도



※ 원통은 평형 상태에 있다 ⇒ (알짜힘 = 0)

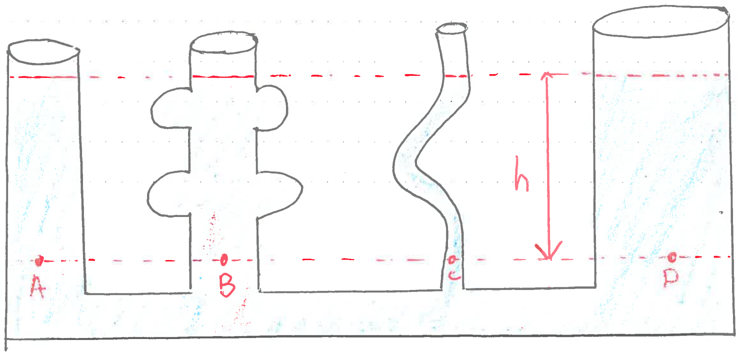
$$\Sigma \vec{F} = PA\hat{j} - P_0A\hat{j} - Mg\hat{j} = 0$$

$$PA - P_0A - \rho A h g = 0$$: 높이가 h, 단면적이 A인 액체 기둥이 있다. 액체 기둥을 지지하기 위해 얻어진 관계식

∴ $\boxed{P = P_0 + \rho g h \iff P - P_0 = \rho g h}$: 깊이에 따른 압력의 변화

⇒ 용기의 모양에 관계없이 깊이가 같은 모든 지점에서의 압력이 같다.

ex)



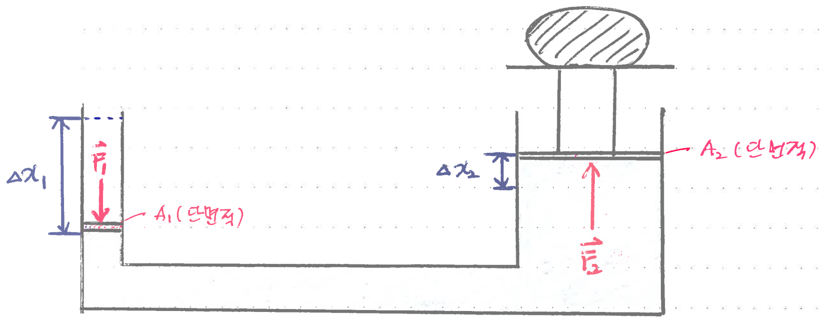
⇒ A, B, C, D는 유체 표면으로 부터 같은 깊이 h에 있으므로 이들 각점의 압력은 동일하다.

P/325

[2] 파스칼의 법칙 (Pascal's law)

: 밀폐된 유체에 작용하는 압력의 변화는 유체 내의 각 점과 용기의 벽에 똑같이 전달된다

(유체 표면에 압력을 증가시키면 압력은 유체 내부의 각 점에 똑같이 전달된다)



<유압 프레스 장치>

단면적 A_1에 힘 F_1을 가하면 압축되지 않는 액체를 통해 단면적 A_2에 압력이 전달된다.

※ 양쪽 압력이 같으므로 : $\boxed{P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}}$

$\Rightarrow F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 \ , \ (F_2 > F_1)$

$\Rightarrow$ (A_1과 A_2를 적당히 선택함으로써 작은힘 F_1을 주어도 큰힘 F_2가 발생함) $\Rightarrow$ 유압 프레스 장치

※ Δx_1 만큼 아래로 움직일때 내려간 액체의 부피 = Δx_2 만큼 위로 움직일때 올라간 액체의 부피

$\therefore A_1 \Delta x_1 = A_2 \Delta x_2 \Rightarrow \boxed{\frac{A_2}{A_1} = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{F_2}{F_1}}$

$\Rightarrow F_1 \Delta x_1 = F_2 \Delta x_2$

(양변의 각각의 힘이 피스톤에 한 일)

P/326 $\boxed{\text{예제 14.2}}$ 자동차 리프트

자동차 리프트 : 반지름 $= r_1 = 5\ cm$ 인 원형의 작은 피스톤에 압축된 공기를 사용하여 힘을 가한다.

이 압력은 액체를 통해 반지름 $r_2 = 15\ cm$ 인 피스톤으로 전달된다.

무게가 13300 N 인 자동차를 들어올리기 위해 압축된 공기가 가해야 하는 힘 $F_1 = ?$

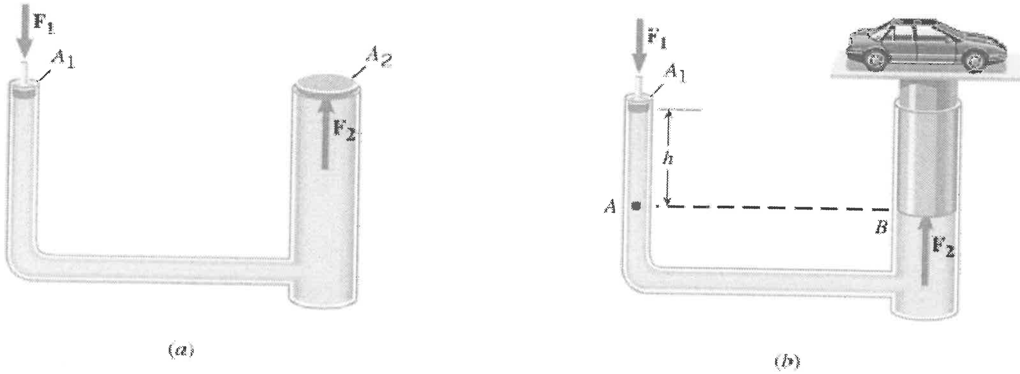
이 힘을 얻기 위해서는 공기의 압력 $P = ?$

Pf)
$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\therefore\ F_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) F_2 = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} F_2 = \frac{\pi (5\times 10^{-2}\ m)^2}{\pi (15\times 10^{-2}\ m)^2} \times (1.33\times 10^{4}\ N)$$

$$= 1.48\times 10^{3}\ (N)$$

$$\therefore\ P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{1.48\times 10^{3}\ N}{\pi (5\times 10^{-2}\ m)^2} = 1.88\times 10^{5}\ (Pa)$$

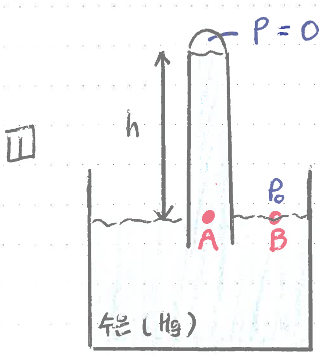


(a) 외력 F_1이 왼쪽 피스톤에 작용하면, 그 결과 F_2 가 오른쪽 용기 위의 마개에 작용한다.
(b) 유압 자동차 리프트

3/26

8 압력의 측정 (Pressure Measurements)

토리첼리 (E. Torricelli , 1608 ~ 1647) : 대기 중의 압력을 측정하는 기압계가 만들어 졌다.



- P = 0 : 관의 위쪽 끝의 빈공간은 진공상태이 가깝다 그러므로 압력 P = 0

- 수은 기둥 때문에 생기는 점 A의 압력 = 대기압이 의해 생기는 점 B의 압력 : 점 A와 점B의 높이가 같다.

(그렇지 않으면 압력차 ⇒ 알짜힘 존재 ⇒ 수은이 평형상태에 이르게 된다)

$$P_0 = \underbrace{P}_{=0} + \rho_{Hg} g h = \rho_{Hg} g h$$

- $P_0 = \rho_{Hg} g h$: 대기압 , ($P_0 = 1\ atm = 1.013 \times 10^5\ Pa$) $= N/m^2$

  ↳ 대기압이 1 기압일때

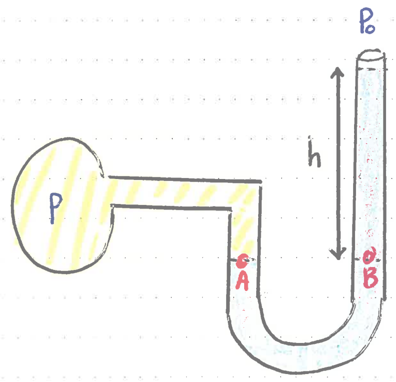
- ρ_{Hg} : 수은의 밀도

- h : 수은 기둥의 높이 (대기압이 변하면 수은기둥의 높이가 변하게 됨)

$$\therefore h = \frac{P_0}{\rho_{Hg}\, g} = \frac{1.013 \times 10^5\ Pa}{(13.6 \times 10^3\ kg/m^3)(9.8\ m/s^2)} = 0.76\ (m)$$

↳ (1기압 0°C 에서 수은 기둥의 높이)

2 용기에 담긴 기체의 압력을 측정하는 장치 (열린관 압력계)



액체가 담긴 U자관의 한쪽 끝은 대기와 접촉, 다른쪽 끝은 압력 P인 기체 용기에 연결되어 있다.

※ 평형상태 : 점 A에서의 압력 = 점 B에서의 압력

$$\Rightarrow \quad P = P_0 + \underbrace{\rho}_{\text{액체의 밀도}} g h$$

∵ A와 B는 바닥에서 같은 높이에 있다 : 평형상태

- P : 절대압력 (absolute pressure)
- $P - P_0$: 압력차 = 계기 압력 (gauge pressure)
- P_0 = 대기압

If 왼쪽 용기의 압력이 대기압과 같다면 : U자 관의 양쪽 액체의 높이는 같을 것이다.

If 왼쪽 용기의 압력이 대기압보다 높다면 : 관의 왼쪽 액체는 아래로 내려가고 오른쪽은 올라간다.

$* \; P = P_0 + \rho g h$: 용기의 압력

$$P - P_0 = \rho g h \propto h$$

§ 부력과 아르키메데스의 원리 (Buoyant force and Archimedes's principle)

⇒ 부력 (buoyant force) : 유체에 잠긴 물체에 작용하여 유체가 물체를 위로 떠오르게 하는 힘

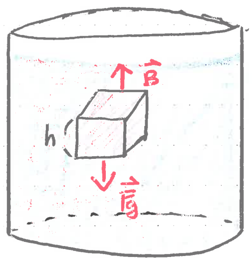
⇒ 유체에 잠긴 물체의 부피만큼을 채우고 있는 물의 무게

※ 아르키메데스의 원리 (Archimedes's Principle)

: 어떤 물체에 작용하는 부력은 그 물체에 의해 밀려난 유체의 무게와 같다.

(물체가 무엇으로 만들어졌는지에 무관)

$\boxed{1}$



A : 육면체의 면적

h : 육면체의 높이

P_{bot} : 육면체 밑면의 압력

P_{top} : 육면체 윗면의 압력

ρ_{fluid} : 유체의 밀도

$$(P_{bot} - P_{top} = \rho_{fluid}\, g\, h)$$

$V_{disp} = Ah$: 육면체에 의하여 밀려난 유체의 부피

$M = \rho_{fluid} V_{disp}$: 물체에 의해 밀려난 유체의 질량

부력 : $B = (P_{bot} - P_{top})A = (\rho_{fluid}\, g\, h)A = \rho_{fluid}\, g\, V_{disp}$

$= Mg$ ※

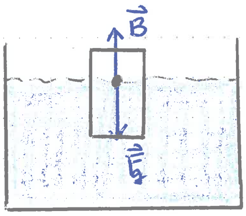
육면체에 의해 밀려난 유체의 무게

<경우1> $\rho_{obj} < \rho_{fluid}$

: 완전히 잠긴 물체는 유체보다 유체보다 밀도가 작으면 위쪽방향으로 알짜힘을 받아, 가만히 놓으면 떠오른다. (물체의 일부만이 물속에 잠긴다)

(ρ_{obj} : 물체의 밀도 , V_{disp} : 유체면 아래에 잠긴 물체의 부피

ρ_{fluid} : 잠긴 물체 부피만큼의 유체의 밀도 , V_{obj} : 물체의 부피)



$B = \rho_{fluid}\, g\, V_{disp}$: 부력

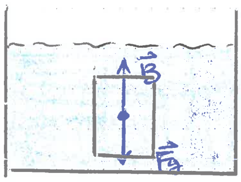
$F_g = Mg = \rho_{obj}\, g\, V_{obj}$: 물체의 무게

⇒ 평형 상태 : $B = F_g$

$$\Rightarrow \frac{V_{disp}}{V_{obj}} = \frac{\rho_{obj}}{\rho_{fluid}}$$

<경우2> $\rho_{fluid} < \rho_{obj}$

: 완전히 잠긴 물체의 밀도가, 유체의 밀도보다 크면 아래쪽 방향으로 알짜힘을 받아 물체는 가라앉는다.



$V_{disp} = V_{obj}$

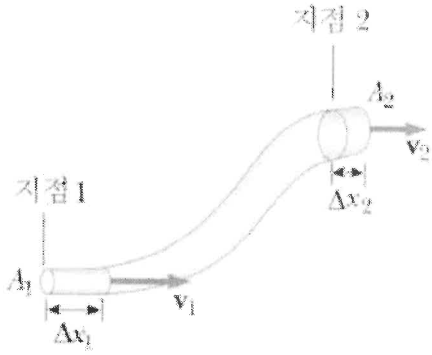
$B = \rho_{fluid}\, g\, V_{obj}$

$F_g = Mg = \rho_{obj}\, g\, V_{obj}$

⇒ 물체에 작용하는 알짜힘 : $\boxed{B - F_g = (\rho_{fluid} - \rho_{obj})\, g\, V_{obj}}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho_{fluid} > \rho_{obj} : \text{위로가속 (위로 떠오른다)} \\ \rho_{fluid} < \rho_{obj} : \text{아래로 가속 (가라 앉는다)} \\ \rho_{fluid} = \rho_{obj} : \text{평형 상태 (떠있다)} \end{cases}$$

§ 연속 방정식



- 크기가 일정하지 않은 관으로 흘러가는 유체
- 시간 간격 : $\triangle t$
- 이동한 거리 : $\triangle x_1 = v_1 \triangle t_1$
- 아래쪽 관의 단면적 : A_1
- 음영으로 표시된 부분의 질량 : $m_1 = \rho A_1 \triangle x_1 = \rho A_1 v_1 \triangle t_1$
- 관의 상단을 통해 이동하는 유체의 질량 : $m_2 = \rho A_2 \triangle x_2 = \rho A_2 v_2 \triangle t_2$
- 흐름이 정상류이기 때문에 질량 보존 : $m_1 = m_2$, $\rho A_1 v_1 = \rho A_2 v_2$
- 관 양단에서 유체의 밀도는 동일 : $A_1 v_1 = A_2 v_2 =$ 일정
- 비압축성 유체의 경우
  ⇒ 관의 모든 지점에서 유체의 속력과 단면적의 곱은 일정

ex) 호스관 입구를 막았을때 물의속도 관계 : $A_1 V_1 = A_2 V_2$: 연속방정식

연속 방정식

- 입구와 출구가 각각 하나 뿐인 관에 대해서 질량 흐름률은 관의 모든 위치에서 동일한 값을 가짐. 이러한 관의 두 위치에 대해, 다음 관계가 성립

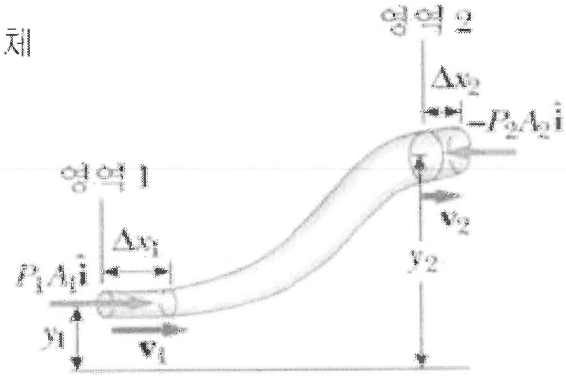
$$\rho A_1 v_1 = \rho A_2 v_2$$

- $\rho =$ **유체 밀도**(kg/m³), $A =$ **관의 단면적**(m²), $v =$ **유체 속도**(m/s)
- 질량 흐름률의 SI 단위 : 킬로그램(kg)/초(s)

§ 베르누이 방정식(일-에너지정리를 이용)

1. 베르누이 방정식

1) 균일하지 않은 관을 통과하는 이상 유체



[영역1]

압력 : P_1

작용하는 힘 : P_1A_1

이 힘이 한 일 : $W_1 = F_1 \triangle x_1 = P_1A_1 \triangle x_1 = P_1 \triangle V$

[영역2]

관 상단에서 유체가 한 일 : $W_2 = -P_2A_2 \triangle x_2 = -P_2 \triangle V$

$$W = (P_1 - P_2) \triangle V$$

$\triangle t$시간 동안 관을 통과하는 유체의 질량 : △m

유체의 운동에너지 변화 : $\triangle K = \frac{1}{2}(\triangle m)v_2^2 - \frac{1}{2}(\triangle m)v_1^2$

중력위치에너지의 변화 : $\triangle U = (\triangle m)gy_2 - (\triangle m)gy_1$

일-에너지 정리를 사용 : $W = \triangle K + \triangle U$

$$(P_1 - P_2)\triangle V = \frac{1}{2}(\triangle m)v_2^2 - \frac{1}{2}(\triangle m)v_1^2 + (\triangle m)gy_2 - (\triangle m)gy_1$$

$$\rho = \triangle m / \triangle V$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_2 - \rho g y_1$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{일정}$$

유체가 정지해 있을 때 $v_1 = v_2 = 0$

$$P_1 - P_2 = \rho g(y_2 - y_1) = \rho g h$$

< 단원정리 >

1. 용어정리

유체: 약한 응집력과 용기 벽에 의해 작용한 힘으로 결합된 분자들이 무질서하게 모여 있다. 액체와 기체

압력 : 단위면적당 힘의 크기

2. 주요공식

압력 : $P \equiv \dfrac{F}{A}$

파스칼의 법칙 : $P = F_1/A_1 = F_2/A_2$

아르키메데스 원리 : $B = Mg$

베르누이 방정식 : $P + \dfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y =$ 일정 ※ 일-에너지 정리